

Números naturais

Conjunto de tarefas para o 5.º ano - 2.º ciclo

Autores: Professores das turmas piloto do 5.º ano de escolaridade

Ano Lectivo 2008 / 09

Setembro de 2009

Vamos arrumar caramelos

Esta tarefa enquadra-se no tema matemático Números e Operações e tem como objectivo trabalhar os números primos e compostos.

Tema matemático: Números e Operações

Nível de ensino: 2.º Ciclo

Tópicos matemáticos: Números naturais

Subtópicos matemáticos: Números primos e compostos

Capacidades transversais: Raciocínio matemático e Comunicação matemática

Conhecimentos prévios dos alunos:

- Noção de múltiplos e divisores.

Aprendizagens visadas:

- Identificar e dar exemplos de números primos e distinguir números primos de números compostos.
- Explicar e justificar os processos, resultados e ideias matemáticos.
- Interpretar a informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar a informação e ideias matemáticas de diversas formas.
- Exprimir ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Recursos: Cubinhos ou quadrados de esponja ou outro material que possa servir para representar os caramelos; acetatos e canetas de acetato.

Duração prevista: 90 minutos

Notas para o professor:

Propõe-se que numa primeira fase, com a duração de 45 minutos, os alunos resolvam a tarefa e numa segunda fase, com a duração de 45 minutos, apresentem e discutam as principais conclusões. Deste modo, o trabalho dos alunos em grupos de 3 e 4 elementos parece ser adequado a uma desejável partilha de opiniões.

Espera-se que os alunos comecem por fazer pequenos “montinhos” com o número de caramelos sugeridos, mas que não consigam de imediato esgotar todas as possibilidades. Alguns alunos poderão não distribuir os caramelos igualmente por todos os sacos. Caberá ao professor ir colocando questões, tais como “A Teresa não poderia guardar os seus caramelos de outra maneira, como?”; “E se a Teresa

usasse 6 saquinhos?"; "Encontrem outras quantidades de caramelos que apenas se possam arrumar de dois modos diferentes; "Investiga o que acontece com outras quantidades de caramelos"

O professor deverá incentivar os grupos a registarem de forma organizada o resultado das experiências que forem realizando. É de esperar que, ao fim de algumas experiências, os alunos se apercebam que existem outras quantidades de caramelos que só podem ser arrumadas de duas maneiras.

As diferentes conclusões poderão ser apresentadas pelos grupos e postas à discussão na turma. Poderão ser colocadas questões como as seguintes: Concordam com a resolução dos vossos colegas? Alguém resolveu de modo diferente? Quais são as principais conclusões que se podem tirar deste trabalho?

A partir da discussão da tarefa o professor deverá sistematizar os aspectos relativos aos números primos e compostos.

Exploração dos alunos

Exploração 1

Se ela levar 8 podia pôr os caramelos em → 8 sacos de 1
→ 1 saco de 8
→ 2 sacos de 4
→ 4 sacos de 2

Se ela levar 12 podia pôr os caramelos em → 12 sacos de 1
→ 1 saco de 12
→ 2 sacos de 6
→ 6 sacos de 2
→ 4 sacos de 3
→ 3 sacos de 4

Se ela levar 13 podia pôr os caramelos em → 13 sacos de 1
→ 1 saco de 13

Se ela levar 15 podia pôr os caramelos em → 3 sacos de 5
→ 5 sacos de 3
→ 1 saco de 15
→ 15 sacos de 1

Se ela levar 20 podia pôr os caramelos em → 20 sacos de 1
→ 1 saco de 20
→ 2 sacos de 10
→ 10 sacos de 2
→ 4 sacos de 5
→ 5 sacos de 4

Se ela levar 25 podia pôr os caramelos em → 5 sacos de 5
25 sacos de 1
1 saco de 25

Nº 1, 2, 7 e 8.

Exploração 2

Vamos arrumar caramelos ...

Investiga como é que a Teresa poderá ter arrumado os seus caramelos.

12 caramelos nos bolsos e 7 sacos. Quantos sacos serão?
Podiam ser 2 sacos cada um com 4 caramelos e 4 sacos cada um com 2 caramelos; 6 sacos cada um com 4 caramelos e 1 saco com 1 caramelo (4 combinações).

No número 12, ela podia ter feito 1 saco com 12 caramelos, 2 sacos com 6 caramelos, 3 sacos com 4 caramelos, 4 sacos com 3 caramelos e 3 sacos com 4 caramelos (5 combinações).

Agora com 9 caramelos podem-se repartir em 3 sacos cada um com 3 caramelos, 3 sacos cada um com 1 caramelo e 1 saco com 6 caramelos (3 combinações).

Com 10 caramelos nos bolsos podem-se repartir em 5 sacos cada um com 2 caramelos, 2 sacos cada um com 5 caramelos, 10 sacos cada um com 1 caramelo e 1 saco com 10 caramelos (4 combinações).

No número 13, ela podia ter feito 1 saco com 13 caramelos e 3 sacos com 1 caramelo (2 combinações).

Tarefa: Vamos arrumar caramelos...



Todos os anos a fábrica onde trabalha a mãe da Teresa faz uma grande festa para os funcionários e para as suas famílias. Durante a festa é habitual distribuírem caramelos pelas crianças presentes.

Este ano, ao chegar a casa, a Teresa ainda levava alguns caramelos nos seus bolsos.

A mãe, sabendo que a filha era uma gulosa, disse-lhe que teria que guardar os caramelos para os dias seguintes.

A Teresa sentou-se então em cima da sua cama, tirou os caramelos dos bolsos e começou a arrumá-los em pequenos saquinhos. Decidiu que iria colocar sempre o mesmo número de caramelos em cada saquinho, mas sem que sobrasse nenhum caramelo.

Investiga como é que a Teresa poderá ter arrumado os seus caramelos.

(Sugestão: começa por investigar o que aconteceria se a Teresa levasse nos bolsos 8 caramelos. E se fossem 12? E se fossem 13 caramelos?)

Rectângulos e mais rectângulos

Esta tarefa enquadra-se no tema matemático Números e Operações e tem como objectivo trabalhar os números primos e compostos, estabelecendo conexões com a Geometria.

Tema matemático: Números e operações

Nível de ensino: 2.º Ciclo

Tópicos matemáticos: Números naturais

Subtópicos matemáticos: Números primos e compostos

Capacidades transversais: Raciocínio matemático e Comunicação matemática

Conhecimentos prévios dos alunos:

- Noção de múltiplos e divisores.
- Noção de área de um rectângulo.

Aprendizagens visadas:

- Identificar e dar exemplo de números primos e distinguir números primos de números compostos.
- Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema.
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Formular e testar conjecturas.
- Explicar e justificar processos, resultados e ideias matemáticas.
- Interpretar a informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticas.

Recursos: Papel quadriculado

Duração prevista: 45 minutos

Notas para o professor:

25 Minutos para o trabalho autónomo dos alunos (organizados em pares) e 20 minutos para discussão na turma.

É importante que o professor vá questionando os grupos, de forma que, para uma dada área, sejam identificados todos os rectângulos possíveis. Algumas questões que o professor pode colocar: “Quais são as medidas de área a que corresponde apenas 1 rectângulo?”; “Quais são os números para os quais

conseguiram desenhar um quadrado?"; "Tenta descobrir todos os números menores que 30 para os quais isso é possível". "Qual seria o próximo número?"

É fundamental que os alunos registem, de modo organizado, todas as conclusões a que forem chegando (usando tabelas, por exemplo).

A discussão pode ser organizada no quadro pelo professor, que vai solicitando aos alunos as diferentes soluções encontradas. O professor pode aproveitar os rectângulos desenhados para recordar a propriedade comutativa da multiplicação: o rectângulo é sempre o mesmo, independentemente da sua posição, por exemplo, $6 \times 3 = 3 \times 6$. É importante salientar o facto de rectângulos diferentes terem a mesma área.

Tabela para organização dos registos finais da turma:

Área	Dimensões
2	2x1
3	3x1
4	4x1; 2x2
...	...

Tarefa: Rectângulos e mais rectângulos...

De entre os rectângulos cujos lados têm como medida números naturais, quantos consegues desenhar com medida de área 12? E com área 15? E com área 7?

Investiga se há alguma relação entre a medida da área e o número de rectângulos possíveis.

(**Nota:** utiliza uma folha de papel quadriculado e considera sempre como unidade de área a área de uma quadrícula)

Decomposições e mais decomposições

Esta tarefa enquadra-se no tema matemático Números e Operações e tem como objectivo trabalhar a decomposição de números em factores primos.

Tema matemático: Números e operações

Nível de ensino: 2.º Ciclo

Tópico matemático: Números naturais

Subtópicos matemáticos: Decomposição em factores primos

Capacidades transversais: Raciocínio matemático

Conhecimentos prévios dos alunos:

- Noção de múltiplo.
- Noção de divisor.
- Noção de número primo.

Aprendizagens visadas:

- Decompor um número em factores primos.
- Explicar e justificar os processos, resultados e ideias matemáticos

Recursos: Retroprojector, acetato e caneta de acetato

Duração prevista: 60 minutos

Notas para o professor:

Esta tarefa poderá ser realizada individualmente ou a pares.

20 minutos para resolver as questões 1 e 2 que poderão depois ser corrigidas pela professora num acetato com o auxílio dos alunos durante 15 minutos. Na exploração da tabela, o professor poderá chamar a atenção para os números que têm um número ímpar de divisores e a sua qualidade de quadrados perfeitos. Após esta discussão os alunos terão 10 minutos para resolver as questões seguintes. Nos restantes 15 minutos serão discutidas estas questões e sintetizados aspectos relativos à decomposição de um número em factores primos.

Espera-se que na questão 5 os alunos concluam que obtêm sempre um produto com os mesmos factores primos, independentemente da ordem por que multipliquem os números.

Tarefa: Decomposições e mais decomposições

1. Indica, para cada um dos números registados na tabela seguinte, os seus divisores e possíveis decomposições desse número em dois ou mais factores. Escreve cada um dos números, registados na tabela, como um produto de dois números naturais. Acrescenta mais dois números e procede da mesma maneira.

Número	Divisores	Decomposições em dois factores
4	1, 2 e 4	1 x 4 e 2 x 2
6	1, 2, 3 e 6	1 x 6, 2 x 3
9		
17		
12		
25		
27		
31		
41		
44	1, 2, 4, 11, 22, 44	1 x 44, 2 x 22, 4 x 11
71		

2. Identifica, na tabela, os números que só admitem uma decomposição em dois factores. De que tipo de números se trata?

3. Escolhe dois números da tabela e escreve-os sob a forma de um produto **com o máximo de factores que conseguires, sem usares o número um.**

4. Que tipo de números são os factores que encontraste nas decomposições da alínea anterior?

5. Completa, agora, as igualdades abaixo indicadas, usando o máximo de factores que conseguires, sem usares o número um:

$$8 = \dots\dots\dots \quad 18 = \dots\dots\dots \quad 24 = \dots\dots\dots$$

Compara o teu trabalho com o dos teus colegas. O que podes concluir?

Potências e regularidades

Esta tarefa enquadra-se no tema matemático Números e Operações e tem como objectivo investigar regularidades envolvendo as potências dos primeiros números naturais.

Tema matemático: Números e Operações

Nível de ensino: 2.º Ciclo

Tópico matemático: Números naturais

Subtópico matemático: Potências de base e expoente naturais

Capacidades transversais: Raciocínio matemático e Comunicação matemática

Conhecimentos prévios:

- Noção de potência.
- Noção de regularidade.
- Utilização do factor constante da máquina de calcular.

Aprendizagens visadas:

- Calcular potências de um número.
- Formular e testar conjecturas e generalizações e justificá-las fazendo deduções informais.
- Interpretar a informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Recursos: Calculadora

Duração prevista: 90 minutos

Notas para o professor:

50 minutos para o trabalho autónomo dos alunos (organizados em pares ou pequeno grupo);
40 minutos para discussão em grande grupo.

As duas questões da tarefa trabalham a noção de potência associada à exploração de regularidades. Deve ser recordado aos alunos o significado do termo “regularidades” que surge no título da tarefa bem como os termos “conjectura” e “investiga” com os quais os alunos podem ainda não estar muito familiarizados. Neste caso o professor poderá sugerir que os alunos comecem por fazer multiplicações sucessivas, usando o factor constante da máquina de calcular, e analisem os produtos resultantes.

Com este trabalho procura encontrar-se regularidades no último dígito das sucessivas potências de um dado número natural. A partir das regularidades identificadas deverão ser estabelecidas conjecturas que serão justificadas ou refutadas. As conjecturas validadas permitirão que os alunos identifiquem mais facilmente os números que poderão ou não ser potências do número natural em questão. É importante que o professor vá questionando os alunos de forma a desbloquear possíveis situações de impasse. O professor pode ainda questionar os alunos de forma a levá-los a descobrir regularidades análogas para os dois últimos dígitos, por exemplo, no caso das potências de base 5 essas são bastante evidentes.

Poderão surgir as seguintes conjecturas:

- As potências de base 3 são sempre números ímpares.
- As potências de base dois são sempre números pares.
- As potências de base 3 terminam em 1, 3, 7, 9.
- As potências de base 2 terminam em 2, 4, 6, 8.
- Com potências de base 2 não é possível escrever um número que termine em 0.
- Potências de base par são números pares, como é o caso do 2 e do 6.
- Potências de base ímpar são números ímpares, como é o caso do 3, 5, 7, 9.
- Potências de base 5 são sempre números terminados em 5 e em 25 quando consideramos como terminação os últimos dois dígitos.
- Potências de base 6 são sempre números terminados em 6.
- Potências de base 7 são sempre números terminados em 1, 3, 7, 9.
- Potências de base 9 são sempre números terminados em 1, 9.
- No caso da potência de base 9 o expoente corresponde ao número de dígitos da potência.

É fundamental que os alunos registem, de modo organizado, todas as conjecturas, para que o momento de discussão seja produtivo.

Tarefa: Potências e regularidades

1. O número 729 poderá ser escrito como uma potência de base 3. Para o verificar basta escrever as sucessivas potências de 3:

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

• Escreve, se possível, os números que se seguem como potência de base 2:

$$64 =$$

$$128 =$$

$$200 =$$

$$256 =$$

$$1000 =$$

• Que conjecturas podes fazer acerca dos números que podem ser escritos como potências de base 2? E como potências de base 3? Explica as conjecturas que formulaste.

2. Observa as seguintes potências de base 5:

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

- O último algarismo de cada uma destas potências é sempre 5. Investiga o que acontece com as potências de base 5 seguintes.
- Investiga o que se passa com as potências de base 6.
- Investiga também as potências de base 9 e as de base 7.
- Explica as conjecturas que formulaste.

Adaptada de Matemática para todos – *investigações na sala de aula* (Pasta de materiais editada pela APM, no âmbito do Projecto "Explorar e investigar para aprender Matemática")